ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นที่ได้มาโดยวิธีพีชคณิต
EOQ MODEL WITH SHORTAGE AND PRICE INCREASES DERIVED ALGEBRAICALLY

นายสิทธิกรณ์ คำรอด

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ปีการศึกษา 2555
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ชื่อเรื่อง

ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นที่ได้มาโดยวิธีพีชคณิต

EOQ MODEL WITH SHORTAGE AND PRICE INCREASES DERIVED ALGEBRAICALLY

ชื่อนิสิต สิทธิกรณ์ คำรอด รหัสประจำตัวนิสิต 52030744

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ปีการศึกษา 2555

คณะกรรมการควบคุมปัญหาพิเศษ

.... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร)

คณะกรรมการสอบปัญหาพิเศษ

.... ประธานกรรมการ

(อาจารย์พัชรี วงษ์เกษม)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร)

.... กรรมการ

(อาจารย์อภิศักดิ์ ไชยโรจน์วัฒนา)

คณะกรรมการสอบปัญกาพิเศษอนุมัติให้ปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.... ประธานหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ปรียารัตน์ นาคสุวรรณ์)

วันที่ 10 เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2556

.... หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วรรณ์ทนา พรมสวย)

วันที่........เดือน.....................พ.ศ. ....

ประกาศคุณูประการ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความเมตตาช่วยเหลืออย่างดียิ่ง จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่ทุกขั้นตอน เพื่อให้ปัญหาพิเศษฉบับนี้สมบูรณ์ที่สุด ผู้ศึกษาวิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

นอกจากนี้ผู้ศึกษาวิจัยขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบปัญหาพิเศษในครั้งนี้ ซึ่งประกอบด้วย อาจารย์พัชรี วงษ์เกษม และอาจารย์อภิศักดิ์ ไชยโรจน์วัฒนา ที่ได้เสียสละเวลาและกรุณาให้คำแนะนำเพิ่มเติมในการปรับปรุงปัญหาพิเศษฉบับนี้ให้ถูกต้องและเสร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่อยู่เบื้องหลังในความสำเร็จ ซึ่งได้ให้ความช่วยเหลือสนับสนุนและเป็นกำลังใจ ตลอดมาและขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคน ที่เป็นกำลังใจในการทำปัญหาพิเศษจนสำเร็จลุล่วงได้

สิทธิกรณ์ คำรอด

52030744: สาขาวิชา: สถิติ; วท.บ. (สถิติ)

คำสำคัญ: ตัวแบบ EOQ, การขาดแคลนสินค้า, สินค้ามีราคาสูงขึ้น, วิธีพีชคณิต

สิทธิกรณ์ คำรอด: ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นที่ได้มาโดยวิธีพีชคณิต (EOQ MODEL WITH SHORTAGE AND PRICE INCREASES DERIVED ALGEBRAICALLY) คณะกรรมการควบคุมปัญหาพิเศษ: ผู้ช่วยศาสตราจารย์คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร, ปร.ด. 23 หน้า. ปี พ.ศ. 2555

บทคัดย่อ

Naddor (1996) ได้หาตัวแบบ EOQ เมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้นแต่ไม่มีการขาดแคลนสินค้าโดยใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ ภายใต้เงื่อนไขที่พอเพียงและจำเป็น (พิจารณาจากอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับที่สอง) เพื่อให้ได้ตัวแบบเหมาะสมที่สุด ในงานวิจัยนี้เราใช้วิธีพีชคณิตที่ปรากฏในงานวิจัยของ Grubbstrom and Erdem (1999) และ Cardenas-Barron (2001) หาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น (โดยการปรับปรุงตัวแบบของ Naddor (1996) ที่เพิ่มข้อสมมุติฐานยอมให้มีการขาดแคลนสินค้าเกิดขึ้น) สุดท้ายเราได้ยกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ตัวแบบ EOQ ที่ได้

52030744: MAJOR: STATISTICS; B.Sc. (STATISTICS)

KEYWORDS: EOQ MODEL, SHORTAGE, PRICE INCREASES, ALGEBRAIC METHOD

SITTIKORN KHAMROD: EOQ MODEL WITH SHORTAGE AND PRICE INCREASES DERIVED ALGEBRAICALLY

ADVISOR: ASSISTANT PROFESSOR KANINT TEERAPABOLARN, Ph.D 22 P. ACADEMIC YEARS 2012

ABSTRACT

Naddor (1996) derived the EOQ model with price increases and without shortage by using differential calculus under sufficiently and necessarily conditions, consideration from frist and second order derivatives. In this paper, we use algebraic method appeared in Grubbstrom and Erdem (1999) and Cardenas-Barron (2001) to derive the EOQ with shortage and price increases, improving the model of Naddor (1996) by adding the shortage assumption. Finally, we give three numerical to illustrate applications of the model obtained.

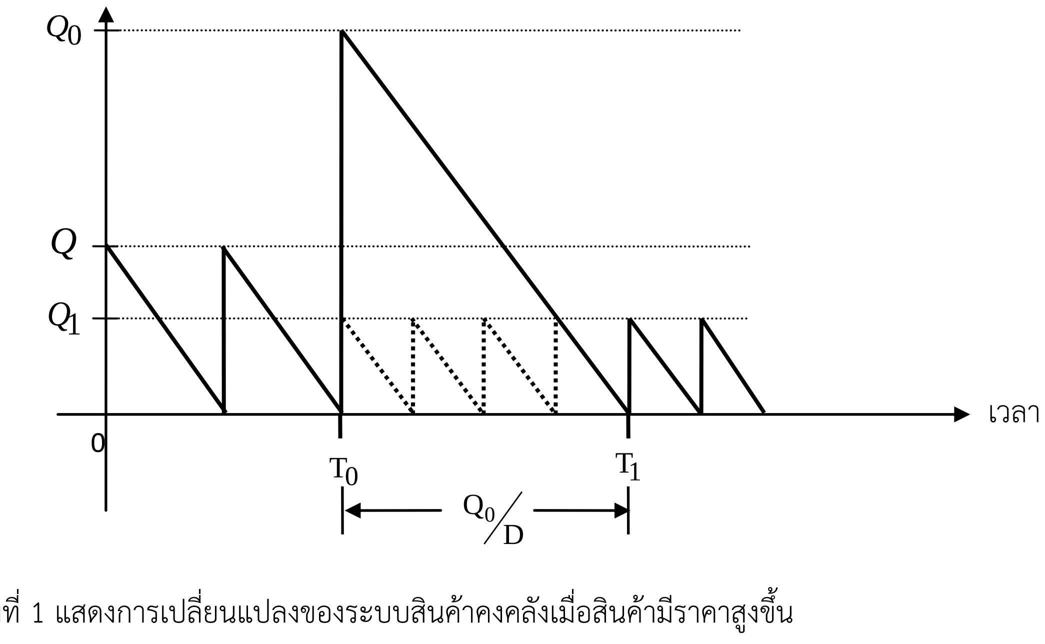
สารบัญ

สารบัญรูปภาพ

บทที่ 1
บทนำ

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

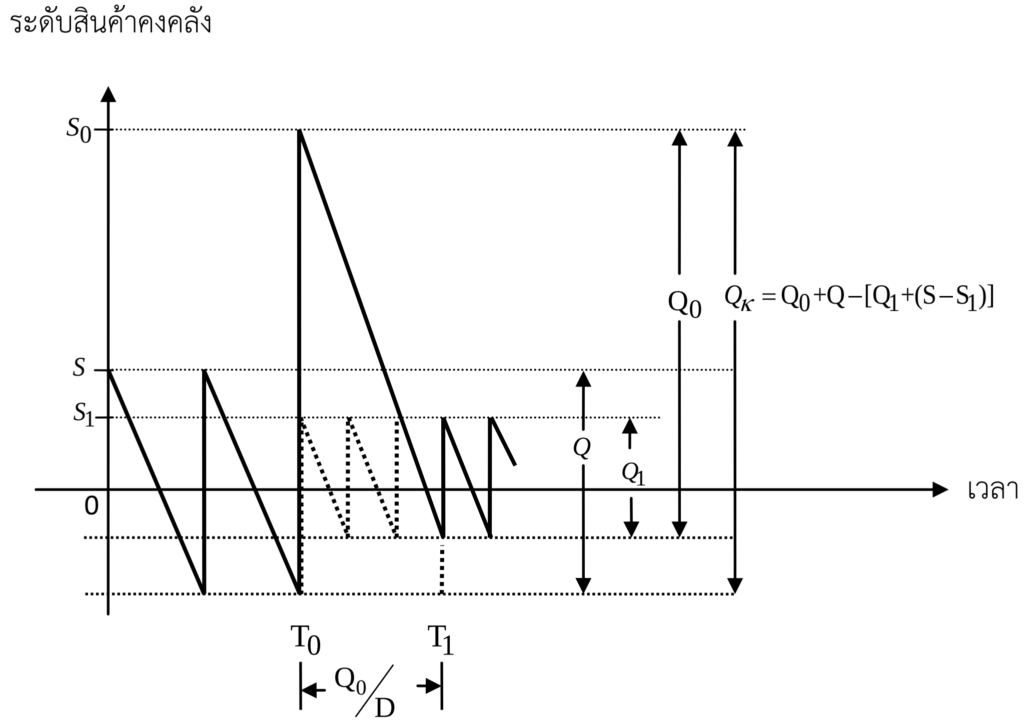
ในการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีสินค้าคงคลัง ตัวแบบแรกของระบบสินค้าคงคลังซึ่งเป็นที่รู้จักกันทั่วไป คือ ตัวแบบพื้นฐาน หรือ ที่เรียกว่าตัวแบบ EOQ (Economic Order Quantity) ซึ่งปรากฏครั้งแรกในงานวิจัยของ Harris (1915) ตัวแบบนี้เป็นพื้นฐานที่นำไปสู่การพัฒนาและปรับปรุงตัวแบบอื่นๆ ให้มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับระบบสินค้าคงคลังในทางปฏิบัติมากขึ้น เช่น ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง ตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้า เป็นต้น และตัวแบบ EOQ ที่สำคัญอีกตัวแบบหนึ่ง คือ ตัวแบบ EOQ เมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งพัฒนาขึ้นมาโดย Naddor (1966) และตัวแบบนี้มักเรียกว่าตัวแบบของ Naddor (Taylor and Bradley, 1985) ระบบสินค้าคงคลังในตัวแบบนี้ได้พัฒนาให้สอดคล้องกับแนวทางปฏิบัติมากยิ่งขึ้นซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงการเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น

จากรูปที่ 1 Q_0 คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น Q คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น Q_1 คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น D คือ อัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา T_0 คือ จุดเวลาก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น และ T_1 คือ จุดเวลาสุดท้ายของช่วงเวลาที่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ ในตัวแบบนี้มีข้อสมมุติเบื้องต้นเกี่ยวกับราคาของสินค้าแตกต่างจากตัวแบบ EOQ พื้นฐาน กล่าวคือ ราคาของสินค้าจะไม่คงตัวและเท่ากันตลอดเวลา แต่จะมีราคาสูงขึ้นเมื่อถึงจุดเวลาที่กำหนดไว้ เช่น สมมุติว่าในขณะนี้ราคาของสินค้าสินค้าเท่ากับ c บาทต่อหน่วย และผู้ขายได้ประกาศขึ้นราคาในอีก 2 เดือนข้างหน้า ซึ่งทำให้ราคาของสินค้าจะมีค่า

เพิ่มขึ้นอีก k บาทต่อหน่วย โดยมีราคาใหม่เป็น $c+k$ บาทต่อหน่วย และราคา $c+k$ บาทนี้ก็จะคงที่อีกในช่วงเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นก็อาจจะมีราคาสูงขึ้นอีก เราจะเห็นได้ว่า ราคาของสินค้าที่กล่าวมานั้นจะมีราคาคงตัวในช่วงระยะเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นก็จะมีราคาสูงขึ้นอีกครั้งเมื่อถึงจุดเวลาที่ผู้ขายได้กำหนด และเนื่องจากราคาสินค้าที่สูงขึ้นนี้อาจทำให้มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าในปริมาณที่มากกว่าเดิมก่อนการขึ้นราคาของสินค้า ดังนั้นปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตจึงไม่คงตัวหรือมีค่าเท่ากันตลอดทุกช่วงเวลา และในการหาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น (Q_0^*) (หรือตัวแบบ EOQ สำหรับกรณีนี้) Naddor (1966) ได้สร้างสมการที่ใช้หา Q_0^* โดยใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (Differential calculus) ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด และเพื่อให้ตัวแบบนี้สามารถใช้ได้กับกรณีที่ระดับสินค้าคงคลังมีการขาดแคลนสินค้า ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ เราจึงต้องการปรับปรุงตัวแบบของ Naddor (1966) โดยเพิ่มข้อสมมุติฐานตัวแบบเพิ่มเติม คือ ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า ซึ่งจะทำให้ตัวแบบมีความสอดคล้องกับความเป็นจริงมากขึ้น ระบบสินค้าคงคลังในการศึกษาครั้งนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2



ภาพที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น

โดยที่ Q, Q_1, D, T_0 และ T_1 มีความหมายเดียวกับในรูป 1 ส่วน S_0 คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น S คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น S_1 คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น Q_0 คือ $S_0+Q_1-S_1$ และ Q_K คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งในการปรับปรุงตัวแบบของ Naddor (1966) หรือหา Q_K^* ของระบบ

สินค้าคงคลังนี้ เราจะใช้วิธีพีชคณิตเช่นเดียวในงานวิจัยของ Grubbstrom (1999) และ Cardenas-Barron (2001) ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

เพื่อหาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้ ได้ตัวแบบ EOQ ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น โดยไม่ใช้ความรู้ด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์

1.4 ขอบเขตของการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้ ตัวแบบของระบบสินค้าคงคลังที่ใช้ศึกษา คือ ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น และวิธีที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุด คือ วิธีพิชคณิตที่ใช้ในงานวิจัยของ Grubbstrom and Erdem (1999) และ Cardenas-Barron (2001)

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 สมมุติฐาน (Assumptions)

ในการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีสินค้าคงคลัง โดยทั่วไปจะเริ่มต้นด้วยการศึกษาสมมุติฐานของตัวแบบ EOQ พื้นฐาน เพื่อปรับไปสู่สมมุติฐานของตัวแบบ EOQ ที่สอดคล้องกับระบบสินค้าคงคลังมากขึ้น และในการศึกษาครั้งนี้ ตัวแบบ EOQ ที่สนใจศึกษา คือ ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งมีสมมุติฐานดังนี้

1. ความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลามีค่าคงตัว และทราบค่าแน่นอน
2. ระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าจนได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำมีค่าเท่ากับศูนย์
3. การได้รับสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิต จะได้รับทีเดียวทั้งหมดทันทีที่สั่งซื้อหรือผลิตสินค้า
4. จะทำการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับจุดสั่งซื้อ หรือเท่ากับจุดที่กำหนด
5. ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตแต่ละครั้งมีค่าคงตัว
6. ราคาสินค้าต่อหน่วยไม่คงตัวตลอดเวลา
7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปเรื่อยๆ อย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด
8. ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า หรือระดับสินค้าคงคลังมีค่าต่ำกว่าศูนย์

2.1.2 สัญกรณ์ (Notation)

สัญกรณ์ที่ใช้ในการศึกษาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น มีดังนี้

D แทนอัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา

A แทนค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือค่าใช้จ่ายในการเตรียมการผลิตสินค้า

h แทนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า

c แทนราคาสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตต่อหน่วยเวลา

i แทนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า

p แทนค่าใช้จ่ายที่มีการขาดแคลนสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า

Q แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q^* แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_1 แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_1^* แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S^* แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_1 แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_1^* แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_0 แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_0^* แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_κ แทนค่าปริมาณสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_κ^* แทนค่าปริมาณสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

C_0 แทนค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ

C_1 แทนค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นเมื่อไม่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ

G แทนค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด

2.1.3 วิธีพีชคณิต (Algebraic method)

วิธีที่ใช้หาตัวแบบ EOQ ในการศึกษาครั้งนี้ คือ วิธีพีชคณิตในงานวิจัยของ Grubbstrom and Erdem (1999) และ Cardenas-Barron (2001) หลักการของวิธีนี้ คือ ใช้พีชคณิตจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายในระบบสินค้าคงคลังที่สนใจ ให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง (quadratic form) ของปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้า เพื่อทำให้ค่าใช้จ่ายมีค่าต่ำสุด (สามารถดูตัวอย่างการจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายได้จากหน้า 530 ใน Grubbstrom and Erdem (1999) หรือจากสมการที่ (8) ใน Cardenas-Barron (2001)) หรือทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับตัวแบบที่ศึกษาในครั้งนี้เริ่มต้นด้วย Harris (1915) ได้นำเสนอตัวแบบ EOQ พื้นฐานตัวแบบแรกของระบบสินค้าคงคลัง และเป็นตัวแบบที่นำไปสู่ตัวแบบที่สำคัญอื่นๆ เช่น ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง และตัวแบบ EOQ เมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น เป็นต้น ตัวแบบทั้งหมดที่กล่าวมานี้ได้มาโดยการใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ ซึ่งนอกจากการใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ในการหาตัวแบบที่ต้องการแล้ว เรายังพบว่าตัวแบบเหล่านี้สามารถหามาได้โดยใช้วิธีอื่นๆ ตัวอย่างเช่น การใช้วิธีพิชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าในงานวิจัยของ Grubbstrom and Erdem (1999) และ Cardenas-Barron (2001) ได้ใช้วิธีพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่ม

สินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง และ Teng (2009) ได้ใช้วิธีค่าเฉลี่ยเรขาคณิตหา EOQ พื้นฐาน ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า และตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง เป็นต้น

สำหรับตัวแบบ EOQ เมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น บุคคลแรกที่นำเสนอตัวแบบในลักษณะนี้ คือ Naddor (1966) ซึ่งได้พัฒนาตัวแบบ EOQ พื้นฐานโดยสมมุติให้สินค้ามีราคาสูงขึ้นที่จุดเวลาข้างหน้า ต่อมา Brown (1967) ได้พัฒนาตัวแบบที่คล้ายคลึงกับของ Naddor (1966) ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ซึ่งภายหลัง Brown (1982) ได้แสดงให้เห็นว่าทั้งสองตัวแบบมีความสมมูลกัน (equivalent) Tersine and Grasso (1982) ใช้วิธีจุดสั่งซื้อในการหาขนาดของล๊อต (lot) ที่ตอบสนองต่อการขึ้นราคาสินค้า Tersine and Hylton (1982) นำเสนอวิธีการกำหนดขนาดของการสั่งซื้อแบบพิเศษ ซึ่งการตัดสินใจสั่งซื้อจะกระทำก่อนเกิดผลกระทบจากจุดสั่งซื้อ Taylor and Bradley (1985) ขยายตัวแบบการขึ้นราคาสินค้าโดยการยืดหยุ่นเวลาของการขึ้นราคาสินค้า Markowski (1986) ได้แก้ไขข้อบกพร่องของ Taylor and Bradley (1985) และพัฒนาวิธีที่ทำให้ค่าใช้จ่ายของการสั่งซื้อน้อยที่สุด Jordan (1987) ได้พัฒนาตัวแบบอย่างง่ายเพื่อให้ผู้ปฏิบัติสามารถกำหนดปริมาณการสั่งซื้อเหมาะที่สุดเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น Goyal and Bhatt (1988) ได้มีการพัฒนาวิธีการคำนวณอย่างง่ายสำหรับการกำหนดกลยุทธ์การจัดซื้อเหมาะที่สุดเมื่อผู้จัดจำหน่ายประกาศขึ้นราคาสินค้า Goyal (1992) พัฒนาขั้นตอนวิธีอย่างง่ายสำหรับการกำหนดขนาดของการสั่งซื้อเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น Tersine (1996) พัฒนาวิธีการเหมาะที่สุดเมื่อมีการขึ้นราคาสินค้าและเป็นอิสระกับความต้องการ Tien-Yu Lin (2011) ทำการนำเสนอตัวแบบพัสดุคงคลังที่เกิดข้อบกพร่องการผลิตของการสั่งซื้อเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น

บทที่ 3
วิธีดำเนินการศึกษา

การศึกษาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น สามารถแบ่งการดำเนินงานศึกษาออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษารายละเอียดของระบบสินค้าคงคลังใน Naddor (1966) และศึกษาการหาตัวแบบในงานวิจัยของ Grubbstrom and Erdem (1999) และ Cardenas-Barron (2001)

3.2 หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุด หรือหาตัวแบบ EOQ ของระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นเหมาะที่สุดโดยใช้วิธีพีชคณิต

3.3 แสดงตัวอย่างเชิงตัวเลขของปัญหาสินค้าคงคลังที่สอดคล้องกับตัวแบบ EOQ ในขั้นตอนที่ 3.2

บทที่ 4
ผลการศึกษา

4.1 ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น

ผลลัพธ์ที่เราต้องการหา คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น หรือหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยใช้วิธีพีชคณิต และก่อนที่จะหาผลลัพธ์หรือตัวแบบดังกล่าว เราจะสร้างบทตั้งเพื่อนำไปใช้พิสูจน์ทฤษฎีบท ดังนี้

บทตั้ง 4.1 สำหรับ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}$ และ $S_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}$ จะได้ว่า

$$\frac{i(c+k)S_1^{*2} + p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^*} = \frac{AD}{Q_1^*} \tag{1}$$

พิสูจน์ แทนค่า Q_1^* และ S_1^* ใน $\dfrac{i(c+k)S_1^{*2} + p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^*}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{i(c+k)S_1^{*2} + p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^*} &= \frac{i(c+k)\left[\dfrac{2AD}{i(c+k)}\left(\dfrac{p}{i+p}\right)\right] + p(c+k)\dfrac{2ADi}{(c+k)(i+p)p}}{2Q_1^*} \\
&= \frac{\dfrac{2ADp}{i+p} + \dfrac{2ADi}{i+p}}{2Q_1^*} \\
&= \frac{AD}{Q_1^*}
\end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 4.1 ให้ $Q_0^* - S_0^* = Q_1^* - S_1^*$ แล้วจะได้ว่า ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right) \tag{2}$$

ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

$$Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^* \tag{3}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ

$$G^* = \left(\frac{D}{2ic}\right)\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - (A - Z) \tag{4}$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$, $S^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$, $Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$, $S_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$

และ $Z = k\left(Q^* - S^*\right) + \left(Q_1^* - S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*} - \frac{pc\left(Q_1^* - S_1^*\right)}{2D}\right]$

พิสูจน์ จากตัวแบบ EOQ ที่ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า เมื่อราคาสินค้ามีการปรับราคาจาก c บาทต่อหน่วยเป็น $c+k$ บาทต่อหน่วย ซึ่งการปรับราคาสินค้าให้มีราคาสูงขึ้นจะเกิดขึ้น ณ เวลา T_0 ซึ่งถ้าไม่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนเวลา T_0 เมื่อทำการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าในภายหลัง ราคาสินค้าต่อหน่วยจะสูงขึ้นและปริมาณสินค้าที่ได้จะมีค่าลดลงกว่าเดิม ดังรูปที่ 2 ต่อไปพิจารณาค่าใช้จ่ายต่างๆ ของระบบสินค้าคงคลังในรูปที่ 2 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ก่อนเวลา T_0 เราสามารถจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา c บาทต่อหน่วยในปริมาณ Q หน่วย ได้เป็น

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \tag{5}$$

แต่เมื่อจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดหลังเวลา T_0 ในปริมาณ Q_1 หน่วย จะได้

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \tag{6}$$

เราจะเห็นว่าค่าของ Q^* มากกว่าค่าของ Q_1^* แสดงว่าเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้นปริมาณการสั่งซื้อหรือ ปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะสมที่สุดจะมีค่าลดลง ถ้ามีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนถึงเวลา T_0 ในปริมาณ Q_0 หน่วย $(Q_0 > 0)$ ดังรูปที่ 2 ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าในปริมาณ Q_K มีค่าเท่ากับ

$$A + c\left[Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)\right]$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} ic\int_0^{\frac{S_0}{D}} (S_0 + Dx)dx &= ic\left[S_0 x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_0}{D}} \\ &= ic\left[\frac{S_0^2}{D} - \frac{S_0^2}{2D}\right] \\ &= ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) \end{aligned} \qquad (7)$$

และค่าใช้จ่ายเมื่อมีการขาดแคลนสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า ซึ่งหาได้ในทำนองเดียวกัน (7) มีค่าเท่ากับ

$$pc\frac{(S_0 - Q_0)^2}{2D} = pc\frac{(S_1 - Q_1)^2}{2D}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$A + c\{Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)\} + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(S_1 - Q_1)^2}{2D}$$

ปรับให้เป็นค่าเหมาะที่สุดได้เป็น

$$A + c\left\{Q_0 + Q^* - (Q_1^* + S^* - S_1^*)\right\} + ic\left(\frac{{S_0}^2}{2D}\right) + pc\frac{(S_1^* - Q_1^*)^2}{2D}$$

และจะได้ว่าค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนเวลา T_0 คือ

$$C_0 = A + c\left\{Q_0 + Q^* - (Q_1^* + S^* - S_1^*)\right\} + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(S_1^* - Q_1^*)^2}{2D}$$

$$= A + c\left\{Q^* + S_0 - S^*\right\} + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(S_1^* - Q_1^*)^2}{2D} \text{ (โดยที่ } Q_0 = Q_1^* - S_1^* + S_0\text{)} \quad (8)$$

ในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้า ณ เวลา T_0 เป็นต้นไป (พิจารณาเส้นปะในรูปที่ 2) เราจะหาค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ได้ดังนี้

เนื่องจากปริมาณสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ $Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)$ ราคาสินค้าในช่วงนี้เท่ากับ $c + k$ บาทต่อหน่วย และจำนวนครั้งในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้ามีค่าเท่ากับ $\frac{Q_0}{Q_1}$ ครั้ง ดังนั้นค่าใช้จ่ายต่างๆในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าปริมาณ Q_κ หน่วยมีค่าเท่ากับ

$$\frac{Q_0 A}{Q_1} + (c+k)\left\{Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)\right\}$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{S_1^*}{D}$ มีค่าเท่ากับ

$$\left[i(c+k)\right]\int_0^{\frac{S_1}{D}} (S_1 - Dx)dx = i(c+k)\frac{S_1^2}{2D}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{Q_0}{D}$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\left(Q_0/D\right)}{\left(Q_1/D\right)}\left[i(c+k)\right]\frac{S_1^2}{2D} = i(c+k)\left(\frac{Q_0 S_1^2}{2Q_1 D}\right)$$

$$= i(c+k)\frac{(Q_1 - S_1 + S_0)S_1^2}{2Q_1^* D}$$

$$= \frac{i(c+k)\left[Q_1 S_1^2 - S_1^3 + S_0 S_1^2\right]}{2Q_1 D} \quad (9)$$

ค่าใช้จ่ายเมื่อมีการขาดแคลนสินค้าในช่วงเวลา $\frac{Q_0}{D}$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\left(Q_0/D\right)}{\left(Q_1/D\right)}\frac{p(c+k)\left(S_0-Q_0\right)^2}{2D}=\frac{p(c+k)Q_0\left(S_1-Q_1\right)^2}{2Q_1D} \tag{10}$$

ค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 โดยแทนค่า $Q_0=Q_1-S_1+S_0$ และปรับให้เป็นค่าเหมาะที่สุดจะมีค่าเท่ากับ

$$C_1=\frac{\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)A}{Q_1^*}+(c+k)\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{i(c+k)\left[Q_1^*S_1^{*2}-S_1^{*3}+S_0S_1^{*2}\right]}{2Q_1^*D}$$
$$+\frac{p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)\left(-Q_1^*+S_1^*\right)^2}{2Q_1^*D} \tag{11}$$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้เมื่อมีการสั่งซื้อแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
G &= C_1-C_0\\
&=\left[\frac{\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)A}{Q_1^*}+(c+k)\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{i(c+k)\left[Q_1^*S_1^{*2}-S_1^{*3}+S_0S_1^{*2}\right]}{2Q_1^*D}\right.\\
&\quad\left.+\frac{p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)\left(-Q_1^*+S_1^*\right)^2}{2Q_1^*D}\right]-\left[A+c\left\{Q^*+S_0-S^*\right\}+ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)+pc\frac{(S_1^*-Q_1^*)^2}{2D}\right]\\
&=\frac{\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)A}{Q_1^*}+(c+k)\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{i(c+k)\left[Q_1^*S_1^{*2}-S_1^{*3}+S_0S_1^{*2}\right]}{2Q_1^*D}\\
&\quad+\frac{p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)\left(-Q_1^*+S_1^*\right)^2}{2Q_1^*D}-A-c\left\{Q^*+S_0-S^*\right\}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-pc\frac{(S_1^*-Q_1^*)^2}{2D}
\end{aligned}$$

$$=\frac{2AD\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)}{2Q_1^*D}+k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{i(c+k)\left[Q_1^*S_1^{*2}-S_1^{*3}+S_0S_1^{*2}\right]}{2Q_1^*D}$$

$$+\frac{p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)\left(-Q_1^*+S_1^*\right)^2}{2Q_1^*D}-A-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-\frac{pcQ_1^*(S_1^*-Q_1^*)^2}{2Q_1^*D}$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{2AD\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)+i(c+k)\left[S_1^{*2}\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)\right]}{2Q_1^*D}$$

$$+\frac{p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*+S_0\right)\left(-Q_1^*+S_1^*\right)^2-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*D}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{2AD\left(Q_1^*-S_1^*\right)+i(c+k)\left[S_1^{*2}\left(Q_1^*-S_1^*\right)\right]+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^3-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*D}$$

$$+\frac{2ADS_0+i(c+k)S_1^{*2}S_0+p(c+k)S_0(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*D}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{\left(Q_1^*-S_1^*\right)\left[2AD+i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^2-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)\right]}{2Q_1^*D}$$

$$+\frac{S_0\left[2AD+i(c+k)S_1^{*2}+pc(Q_1^*-S_1^*)^2\right]}{2Q_1^*D}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{D}\left[\frac{2AD+i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^2-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)}{2Q_1^*}\right]$$

$$+\frac{S_0}{D}\left[\frac{2AD+i(c+k)S_1^{*2}+pc(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*}\right]-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*-S^*\right)+kS_0+\frac{\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{D}\left[\frac{2AD}{Q_1^*}-\frac{pcQ_1^*\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{2Q_1^*}\right]+\frac{2AS_0}{Q_1^*}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A \quad \text{(โดยบทตั้ง 4.1)}$$

$$=kS_0+\frac{2AS_0}{Q_1^*}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)+k\left(Q^*-S^*\right)+\left(Q_1^*-S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*}-\frac{pc\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{2D}\right]-A$$

$$=kS_0+\frac{2AS_0}{Q_1^*}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left[S_0^2-\frac{2DS_0}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left\{S_0^2-\frac{2DS_0}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)+\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2-\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2\right\}+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left\{S_0^2-\frac{2DS_0}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)+\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2\right\}+\frac{ic}{2D}\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left[S_0-\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2+\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2+Z-A \qquad (12)$$

ซึ่ง G ในสมการ (12) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $-\frac{ic}{2D}\left(S_0-\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right)=0$ หรือเมื่อ $S_0=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$ ดังนั้นระดับสินค้าคงคลังที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้นเหมาะที่สุด คือ

$$S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$$

และปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ

$$Q_K^*=S_0^*+Q^*-S^*$$

ต่อไปแทนค่า $S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$ ในสมการ (12) จะได้ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษมีค่าเป็น

$$G^*=\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2-(A-Z)$$

ซึ่งทำให้เราได้สมการ (2) ถึง (4) ตามต้องการ

หมายเหตุ ในกรณี $\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2<(A-Z)$ จะทำให้ค่า $G^*<0$ แสดงว่าการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษในปริมาณ Q_K^* หน่วย ควรจะกระทำก็ต่อเมื่อค่าของ G^* มีค่ามากกว่าศูนย์เท่านั้น แต่ถ้าค่าของ G^* น้อยกว่าศูนย์ก็ไม่ควรสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษดังกล่าว

ในกรณีที่ระบบสินค้าคงคลังที่ศึกษาไม่มีการขาดแคลนสินค้า ($Z=0$) Q_K^* และ G^* ที่ได้ในทฤษฎีบท 4.1 จะกลับไปเหมือนกับของ Naddor (1966) ดังบทแทรกต่อไปนี้

บทแทรก 4.1 ถ้า $Z=0$ แล้วจะได้ว่า

$$Q_K^* = S_0^* = \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right) \tag{13}$$

และ

$$G^* = \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - A \tag{14}$$

4.2 ตัวอย่างเชิงตัวเลข

ในหัวข้อนี้ เรายกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลการศึกษาที่ได้ในทฤษฎีบท 4.1

ตัวอย่างที่ 4.1 ปัจจุบันประเทศไทยต้นทุนราคาน้ำมันดีเซลของปั๊มน้ำมันแห่งหนึ่งคือ 27.00 บาทต่อลิตร ต่อมาทราบว่าน้ำมันดีเซลจะมีราคาสูงขึ้นเป็น 29.50 บาทต่อลิตร ในอีก 3 วันข้างหน้า ปัจจุบันปั๊มน้ำมันแห่งนี้จำหน่ายน้ำมันปีละ 180,000 ลิตร ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาเท่ากับ 20% ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อครั้งละ 1200 บาท และถ้าปั๊มน้ำมันแห่งนี้มีน้ำมันดีเซลไม่พอจำหน่ายในขณะนั้นจะทำการจัดส่งให้ภายหลังเมื่อได้รับน้ำมันแล้วจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้คิดเป็นเงิน 30% ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี อยากทราบว่าปั๊มน้ำมันแห่งนี้ควรจะสั่งซื้อน้ำมันดีเซลมาในอีก 2 วันก่อนที่จะมีการขึ้นราคาจึงจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด และมีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์

	$D=180,000$	ลิตรต่อปี
	$A=1,200$	บาทต่อครั้ง
	$p=30\%$	ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี
	$i=20\%$	ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี
	$c=27$	บาทต่อลิตร
	$k=2.50$	บาทต่อลิตร

จะหา Q^* จากสมการ $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27)}}\sqrt{\frac{0.20+0.30}{0.30}}$$

$= 11,547.0054$ ลิตร

จะหา S^* จากสมการ $S^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27)}}\sqrt{\frac{0.30}{0.20+0.30}}$$

$$= 6,928.2032$$

จะหา Q_1^* จากสมการ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27+2.50)}}\sqrt{\frac{0.20+0.30}{0.30}}$$

$= 11,046.8954$ ลิตร

จะหา S_1^* จากสมการ $S_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27+2.50)}}\sqrt{\frac{0.30}{0.20+0.30}}$$

$= 6,628.1372$ ลิตร

จะหา Z จากสมการ $Z = k\left(Q^* - S^*\right) + \left(Q_1^* - S_1^*\right)\left[\dfrac{2A}{Q_1^*} - \dfrac{pc\left(Q_1^* - S_1^*\right)}{2D}\right]$

$$= (2.50)\left(11,547.0054 - 6,928.2032\right) + \left(11,046.8954 - 6,628.1372\right)$$

$$\times\left[\frac{2(1,200)}{11,046.8954} - \frac{(0.30)(0.20)\left(11,046.8954 - 6,628.1372\right)}{2(180,000)}\right]$$

$= 12,067.6834$ บาท

จะหา S_0^* จากสมการ $S_0^* = \dfrac{D}{ic}\left(k + \dfrac{2A}{Q_1^*}\right)$

$$= \frac{180,000}{(0.2)(27)}\left(2.5 + \frac{2(1,200)}{11,046.8954}\right)$$

$= 90,575.1870$ ลิตร

จะหา Q_K^* จากสมการ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$

$$= 90575.1869 + 11547.0053 - 6928.2032$$

$= 95,193.9892$ ลิตร

และหาค่าของ G^* ได้จาก $G^* = \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - (A - Z)$

$$= \left(\frac{180,000}{2 \times 0.2 \times 27}\right)\left(2.5 + \frac{2 \times 1,200}{11,046.8954}\right)^2 - (1,200 - 12,067.6834)$$

$= 133,925.6508$ บาท

ดังนั้น ปั้มน้ำมันแห่งนี้จึงควรสั่งซื้อน้ำมันดีเซลมาเก็บไว้ประมาณ 95,193.9892 ลิตร ซึ่งจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้เท่ากับ 133,925.65 บาท

ตัวอย่างที่ 4.2 ชายคนหนึ่งต้องการซื้อหัวเชื้อปุ๋ยชีวภาพจากโรงงานเพื่อมาจำหน่าย โดยได้สั่งซื้อหัวเชื้อนี้มาในราคากิโลกรัมละ 20 บาท ต่อมาชายผู้นี้ได้ทราบว่าโรงงานนี้จะทำการปรับขึ้นราคาหัวเชื้อเป็นกิโลกรัมละ 28 บาท ในวันที่ 1 มิถุนายน 2556 ปัจจุบันชายคนนี้จำหน่ายหัวเชื้อได้ปีละ 1,000 กิโลกรัม โดยมีค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาหัวเชื้อเท่ากับ 10% ของราคาหัวเชื้อต่อกิโลกรัมต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อครั้งละ 1,000 บาท ถ้าชายคนนี้มีหัวเชื้อไม่เพียงพอจำหน่ายให้กับลูกค้า จะทำให้สูญเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้เท่ากับ 10% ของราคาหัวเชื้อต่อกิโลกรัมต่อปี อยากทราบว่าในวันที่ 31 พฤษภาคม 2556 ชายคนนี้ควรจะสั่งซื้อหัวเชื้อปริมาณเท่าใด จึงจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด

วิธีทำ

$D = 1,000$	กิโลกรัมต่อปี
$A = 1,000$	บาทต่อครั้ง
$p = 10\%$	ของราคาปุ๋ยต่อกิโลกรัมต่อปี
$i = 10\%$	ของราคาปุ๋ยต่อกิโลกรัมต่อปี
$c = 20$	บาทต่อกิโลกรัม
$k = 8$	บาทต่อกิโลกรัม

จะหา Q^* จากสมการ $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20)}}\sqrt{\frac{0.10 + 0.10}{0.10}}$$

$= 1,414.2136$ กิโลกรัม

จะหา S^* จากสมการ $S^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20)}}\sqrt{\frac{0.10}{0.10 + 0.10}}$$

$= 707.1068$ กิโลกรัม

จะหา Q_1^* จากสมการ $Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20+8)}}\sqrt{\frac{0.10+0.10}{0.10}}$$

$= 1,195.2286$ กิโลกรัม

จะหา S_1^* จากสมการ $S_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20+8)}}\sqrt{\frac{0.10}{0.10+0.10}}$$

$= 597.6143$ กิโลกรัม

จะหา Z จากสมการ $Z = k\left(Q^* - S^*\right) + \left(Q_1^* - S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*} - \frac{pc\left(Q_1^* - S_1^*\right)}{2D}\right]$

$$= (8)\left(1,414.2136 - 707.1068\right) + \left(1,195.2286 - 597.6143\right)$$

$$\times\left[\frac{2(1,000)}{1,195.2286} - \frac{(0.10)(20)\left(1,195.2286 - 597.6143\right)}{2(1,000)}\right]$$

$= 6,299.7114$ บาท

จะหา S_0^* จากสมการ $S_0^* = \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$

$$= \frac{1,000}{(0.1)(20)}\left(8 + \frac{2(1,000)}{1,195.2286}\right)$$

$= 4,836.6600$ กิโลกรัม

จะหา Q_K^* จากสมการ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$

$$= 4,836.6600 + 1,414.2136 - 707.1068$$

$= 5,543.7668$ กิโลกรัม

และหาค่าของหา G^* ได้จาก $G^* = \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - \left(A - Z\right)$

$$= \left(\frac{1,000}{2\times 0.1\times 20}\right)\left(8 + \frac{2\times 1,000}{1,195.2286}\right)^2 - \left(1,000 - 6,299.7114\right)$$

$= 28,692.9916$ บาท

ดังนั้น ชายคนนี้จึงควรสั่งซื้อหัวเชื้อปุ๋ยชีวภาพมาเก็บไว้ในวันที่ 31 พฤษภาคม 2556 ประมาณ 5,543.7668 กิโลกรัม ซึ่งจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้เท่ากับ 28,692.99 บาท

ตัวอย่างที่ 4.3 โรงงานผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งหนึ่งทำการผลิตโทรทัศน์ประเภทจอแอลอีดี (LED) โดยจำหน่ายราคาต้นทุนเครื่องละ 15,000 บาท ต่อมาทราบว่าต้นเดือนหน้าราคาวัสดุที่ใช้ผลิตโทรทัศน์จะมีราคาสูงขึ้น ซึ่งจะทำให้ต้นทุนในการผลิตเพิ่มขึ้นอีกเครื่องละ 1,850 บาท ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาเท่ากับ 15% ของราคาโทรทัศน์ต่อเครื่องต่อปี โรงงานแห่งนี้สามารถจำหน่ายโทรทัศน์ประเภทจอแอลอีดีได้ปีละ 5,400 เครื่อง ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อโทรทัศน์นี้ครั้งละ 1,500 บาท และถ้าโรงงานแห่งนี้ทำการผลิตโทรทัศน์ประเภทจอแอลอีดีไม่พอจำหน่ายในขณะนั้นจะทำการจัดส่งให้ภายหลังจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้คิดเป็นเงิน 20% ของราคาโทรทัศน์ต่อเครื่องต่อปี อยากทราบว่าโรงงานแห่งนี้ควรผลิตโทรทัศน์นี้ในจำนวนเท่าใดก่อนที่ต้นทุนการผลิตจะมีราคาสูงขึ้น จึงจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายในการผลิตได้สูงสุด และมีค่าเท่าไร

วิธีทำ

$D = 5,400$ เครื่องต่อปี

$A = 1,500$ บาทต่อครั้ง

$p = 20\%$ ของราคาโทรทัศน์ต่อเครื่องต่อปี

$i = 15\%$ ของราคาโทรทัศน์ต่อเครื่องต่อปี

$c = 15,000$ บาทต่อเครื่อง

$k = 1,850$ บาทต่อเครื่อง

จะหา Q^* จากสมการ $Q^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,500)(5,400)}{(0.15)(15,000)}}\sqrt{\frac{0.15+0.20}{0.20}}$$

$= 112.2497$ เครื่อง

จะหา S^* จากสมการ $S^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,500)(5,400)}{(0.15)(15,000)}}\sqrt{\frac{0.20}{0.15+0.20}}$$

$= 64.1427$ เครื่อง

จะหา Q_1^* จากสมการ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,500)(5,400)}{(0.15)(15,000+1,850)}}\sqrt{\frac{0.15+0.20}{0.20}}$$

$= 105.9085$ เครื่อง

จะหา S_1^* จากสมการ $S_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,500)(5,400)}{(0.15)(15,000+1,850)}}\sqrt{\frac{0.20}{0.15+0.20}}$$

$= 60.5192$ เครื่อง

จะหา Z จากสมการ $Z = k\left(Q^* - S^*\right) + \left(Q_1^* - S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*} - \frac{pc\left(Q_1^* - S_1^*\right)}{2D}\right]$

$$= (1,850)(112.2497 - 64.1427) + (105.9085 - 60.5192)$$

$$\times\left[\frac{2(1,500)}{105.9085} - \frac{(0.20)(1,850)(105.9085 - 60.5192)}{2(5,400)}\right]$$

$= 89,711.4315$ บาท

จะหา S_0^* จากสมการ $S_0^* = \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$

$$= \frac{5,400}{(0.15)(15,000)} \times \left(1,850 + \frac{2(1,500)}{105.9085}\right)$$

$= 4,507.9832$ เครื่อง

จะหา Q_K^* จากสมการ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$

$$= 4,507.9832 + 112.2497 - 64.1470$$

$= 4,556.0902$ เครื่อง

และหาค่าของหา G^* ได้จาก $G^* = \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - (A - Z)$

$$= \left(\frac{5,400}{2\times 0.15\times 15,000}\right)\left(1,850 + \frac{2\times 1,500}{112.2497}\right)^2 - (1,500 - 89,711.4315)$$

$= 4,321,943.1920$ บาท

ดังนั้น โรงงานผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งนี้ควรที่จะทำการผลิตโทรทัศน์ประเภทจอแอลอีดีไว้ประมาณ 4,556.0902 เครื่อง ซึ่งจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้เท่ากับ 4,321,943.19 บาท

บทที่ 5
สรุปผลและอภิปรายผลการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้ เราใช้วิธีพิชคณิตของ Grubbstrom and Erdem (1999) และ Cardenas-Barron (2001) หาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด ซึ่งวิธีนี้ไม่ต้องใช้ความรู้ทางด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ในการหาตัวแบบ EOQ แต่การหาตัวแบบ EOQ ในกรณีนี้ สามารถหาได้จากการจัดรูปของค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง ซึ่งแตกต่างจากการหาโดยใช้อนุพันธ์ ดังนั้นวิธีนี้จึงเป็นอีกหนึ่งวิธีที่เหมาะสำหรับผู้ที่ขาดความรู้ทางด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ และในการศึกษาครั้งนี้ ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$ หน่วย โดยที่ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น (S_0^*) มีค่าเท่ากับ $\frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$ หน่วย และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด (G^*) เท่ากับ $\frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - A + Z$ หน่วย

บรรณานุกรม

Brown, R. G. (1967). *Decision rules for inventory management.* New York: Holt Rinehart & Winston.

Brown, R. G. (1982). *Advanced Service Parts Inventory Control (2nd ed).* Norwich: Materials Management Systems.

Cárdenas Barrón, L. E. (2001). The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically. *International Journal of Production Economics, 70*, 289–292.

Goyal, S. K. (1992). A note on inventory models with cost increases. *Operations Research, 20*, 414-415.

Goyal, S. K. & Bhatt, S. K. (1988). A generalized lot size ordering policy for price increases. *Operations Research, 25,* 272-278.

Grubbstrom, R. W. & Erdem, A. (1999). The EOQ with backlogging derived without derivatives. *International Journal of Production Economics, 59,* 529–530.

Harris, F. W. (1915). *Operation and costs.* Factory Management Series. Chicago: Shaw.

Jordan, P. C. (1987). Purchasing decisions considering future price increases: An empirical approach. *Journal of Purchasing & Materials Management, 23,* 25-30

Lev, B. & Weiss, H. J. (1990). Inventory models with cost changes. *Operations Research, 38*, 53-63.

Luo, J. & Huang, P. (2003). A note on "Inventory models with cost changes". *Operations Research, 51*, 503-504.

Markowski, E. (1986). EOQ modification for future price increases. *Journal of Purchasing & Materials Management, 22*, 28-32.

Naddor, E. (1966). *Inventory Systems*, New York: Wiley.

Taylor, S. G. & Bradley, C. E. (1985). Optimal ordering strategies for announced price increases. *Operations Research, 33*, 312-325.

Tersine, R. J. (1996). Economic replenishment strategies for announced price increases. *European Journal of Operational Research, 92*, 266-280.

Tersine, R. J. & Schwarzkopf, A. B. (1990). Optimal Transition Ordering Strategies with Announced Price Increases. *The International Journal of Logistics Management*, *2*(1), 26-34.

Tersine, R. J. & Grasso, E. T. (1978). Forward buying in response to announced price increase. *Journal of Purchasing & Materials Management*, *14*, 20-22.

Tersine, R. J. & Hylton, M. G. (1982). EOQ modification for inflation prices. *Journal of Purchasing & Materials Management*, *18*, 23-28.

Lin, T. Y. (2011). Inventory model for items with imperfect quality under announced price increases. *African Journal of Business Management*, *5*(12), 4715-4730.

Tsair, T.J. (2009). A simple method to compute economic order quantities. *European Journal of Operational Research, 198*, 351–353.